Module I. Set Theory

1. Sets and tuples (values and notation, cardinality, Kuratowski definition)
2. Membership and inclusion, Russell's paradox, and natural numbers
3. Basic set operations. Power set and Cartesian product
4. Hypergraphs and mathematical modeling (the employee scheduling problem)
5. Probability spaces and topological spaces
6. Combinatorial problems of finite set theory
7. Relations and their graphs. Reflexive, symmetric, and transitive relations
8. Equivalence relations: graph characterization and equivalence classes
9. Functions and their types (injections, surjections, bijections, and permutations)
10. Infinite sets and cardinal numbers
11. $|N| = |Q|$, $|N| < |R|$, $|A| < |2^A|$

Module II. Logic

12. Propositional logic
13. Predicate logic (predicates, quantifiers, Tarski structures/worlds)
14. Logical theories and models. Graph theory
15. Logical inference, the completeness theorem, and automated theorem proving
16. ZFC, inconsistent theories, and Gödel's second incompleteness theorem
17. Independent statements. Results of Lobachevsky, Gödel, and Cohen

Module III. Group Theory

18. Group theory. The groups C_n, S_n, and $G \times H$
19. Automorphism groups of logical structures. Graph automorphisms and symmetry
20. Using data symmetries to optimize computations
21. Substructures, generated substructures, and submodels. Subgroups
22. Lagrange's and Cayley's theorems
23. Cayley graphs and Frucht's theorem. FTFAG and abelian graphs
24. Homomorphisms, inner automorphisms, and quotient groups
25. General solutions of linear Diophantine, differential, and recurrence equations
26. Group actions, orbits, and Burnside's lemma

Модуль I. Теория множеств

1) Множества и кортежи (значения и обозначения, мощность, определение Куратовского)
2) Принадлежность и включение, парадокс Рассела и натуральные числа
3) Основные операции над множествами. Булеан и декартово произведение
4) Гиперграфы и математическое моделирование (задача о плане работ сотрудников)
5) Вероятностное и топологическое пространство
6) Комбинаторные проблемы конечной теории множеств
7) Отношения и их графы. Рефлексивные, симметричные и транзитивные отношения
8) Отношение эквивалентности: графовая характеризация и классы
9) Функции и их виды (инъекция, сюръекция, биекция и перестановки)
10) Бесконечные множества и кардинальные числа
11) $|N| = |Q|$, $|N| \prec |R|$, $|A| \prec |2^A|$

Модуль II. Логика

12) Логика высказываний
13) Логика предикатов (предикаты, кванторы, миры Тарского)
14) Логические теории и модели. Теория графов
15) Логический вывод, теорема о полноте и автоматическое доказательство теорем
16) ZFC, противоречивые теории и вторая теорема Гёделя
17) Независимые предложения. Результаты Лобачевского, Гёделя и Коэна

Модуль III. Теория групп

18) Теория групп. Группы Cn, Sn, G×H
19) Группы автоморфизмов логических структур. Автоморфизмы графов и симметрия
20) Использование симметрии данных для оптимизации работы с ними
21) Подструктуры, порождённые подструктуры и подмодели. Подгруппы
22) Теоремы Лагранжа и Кэли
23) Граф Кэли и теорема Фрухта. FTFAG и абелевы графы
24) Гомоморфизмы, внутренние автоморфизмы и факторгруппы
25) Общее решение линейных диофантовых, дифференциальных и рекуррентных уравнений
26) Действия групп, орбиты и лемма Бёрнсайда